

4  $n$  を正の整数とし,  $C_1, \dots, C_n$  を  $n$  枚の硬貨とする. 各  $k = 1, \dots, n$  に対し, 硬貨  $C_k$  を投げて表が出る確率を  $p_k$ , 裏が出る確率を  $1 - p_k$  とする. この  $n$  枚の硬貨を同時に投げ, 表が出た硬貨の枚数が奇数であれば成功, というゲームを考える.

(1)  $p_k = \frac{1}{3}$  ( $k = 1, \dots, n$ ) のとき, このゲームで成功する確率  $X_n$  を求めよ.

(2)  $p_k = \frac{1}{2(k+1)}$  ( $k = 1, \dots, n$ ) のとき, このゲームで成功する確率  $Y_n$  を求めよ.

(3)  $n = 3m$  ( $m$  は正の整数) で,  $k = 1, \dots, 3m$  に対して

$$p_k = \begin{cases} \frac{1}{3m} & (k = 1, \dots, m) \\ \frac{2}{3m} & (k = m+1, \dots, 2m) \\ \frac{1}{m} & (k = 2m+1, \dots, 3m) \end{cases}$$

とする. このゲームで成功する確率を  $Z_{3m}$  とするとき,  $\lim_{m \rightarrow \infty} Z_{3m}$  を求めよ.