

$$f(x) = x^{n+1} - x + 1 \quad (x \geq 0) \text{ について}$$

$$f(x) = x(x^n - 1) + 1$$

$$x \geq 1 \text{ のとき } \text{つまり } f(x) > 0$$

$$f(0) > 0$$

$$0 < x < 1 \text{ のとき, } 0 < x^n < 1, -1 < x^n - 1 < 0, -1 < x(x^n - 1) < 0 \neq 1, f(x) > 0$$

$$\text{よって } f(x) > 0.$$

$$\text{つまり } x = \sqrt[n]{a}x \text{ について } a \sqrt[n]{a}x^{n+1} - \sqrt[n]{a}x + 1 > 0 \quad ax^{n+1} + \frac{1}{\sqrt[n]{a}} > x$$