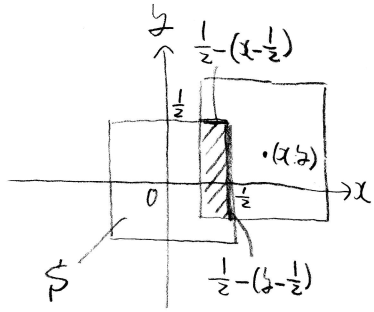
東大理科　1973前期　④



左図のようにxy座標をとる

Sは、中心が原点，辺がx軸、y軸に平行であるとする

中心が(x,y)，1辺の長さが1，辺がx軸、y軸に平行である正方形を考える。

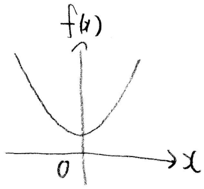
対称性より $x\geqq 0$, $y\geqq 0$ で考える。

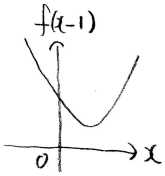
$x\leqq 1$, $y\leqq 1$ でなければならない

これの $|x|\leqq\frac{1}{2}$, $|y|\leqq\frac{1}{2}$ の部分にある面積は

$\{\frac{1}{2}-(x-\frac{1}{2})\}\{\frac{1}{2}-(y-\frac{1}{2})\}=(x-1)(y-1)$ であるから

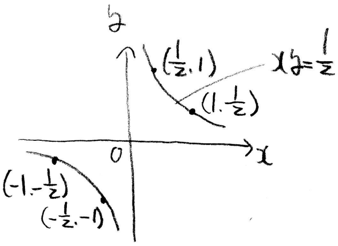
$(x-1)(y-1)\geqq\frac{1}{2}$ であればよい。

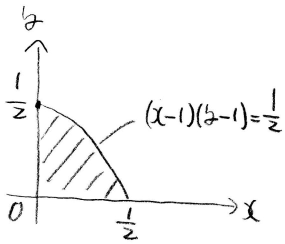




$(x-1)(y-1)=\frac{1}{2}$ のグラフは $xy=\frac{1}{2}$ のグラフを

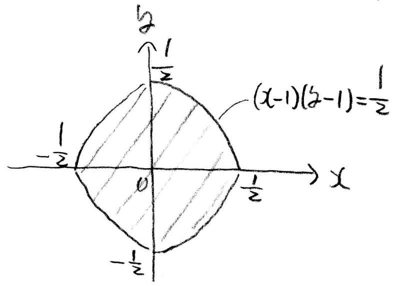
x方向に1, y方向に1 平行移動したものである。





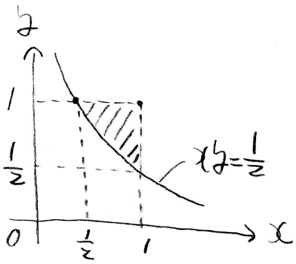
$x\geqq 0$, $y\geqq 0$ のときの Pの存在範囲は

左図の斜線部である。



対称性より、Pの存在範囲は

左図の斜線部である。



左図の斜線部の面積は

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{1}{x}dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\left[\log x\right]_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\left(-\log\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\log 2$$

よって求める面積は $2-2\log 2$