

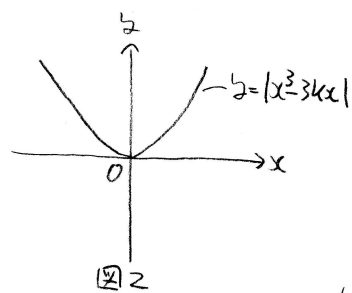
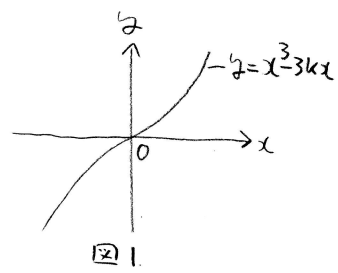
$F(x) = x^3 - 3kx$ とおく $F'(x) = 3x^2 - 3k = 3(x^2 - k)$

(i) $k \leq 0$ のとき

$F'(x) \geq 0$.

$F(x)$ のグラフは図1のようになる。

$f(x)$ のグラフは図2のようになる。



よして $M(k) = -3k + 1$

(ii) $k \geq 0$ のとき

$F'(x) = 0$ のとき $x = \pm\sqrt{k}$

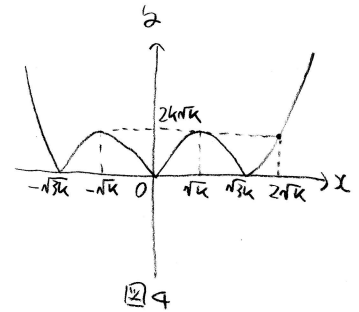
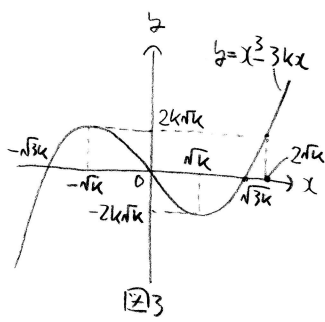
$F(x)$ の増減表は右表のようになる。

$F(x)$ のグラフは図3のようになる。

$f(x)$ のグラフは図4のようになる。

x	...	$-\sqrt{k}$...	\sqrt{k}	...
$F'(x)$	+	0	-	0	+
$F(x)$	↗	$2k\sqrt{k}$	↘	$-2k\sqrt{k}$	↗

* $F(-\sqrt{k}) = -k\sqrt{k} + 3k\sqrt{k} = 2k\sqrt{k}$
 $F(\sqrt{k}) = k\sqrt{k} - 3k\sqrt{k} = -2k\sqrt{k}$



よして $\sqrt{k} \geq 1$. $k \geq 1$ のとき

$M(k) = -1 + 3k$

$\sqrt{k} \leq 1$ かつ $2\sqrt{k} \geq 1$, $k \leq 1$ かつ $k \geq \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4} \leq k \leq 1$ のとき

$M(k) = 2k\sqrt{k}$

$2\sqrt{k} \leq 1$. $k \leq \frac{1}{4}$ のとき

$M(k) = 1 - 3k$

* $x^3 - 3kx = 2k\sqrt{k}$ のとき
 $x^3 - 3kx - 2k\sqrt{k} = 0$
 $(x + \sqrt{k})^2(x - 2\sqrt{k}) = 0$
 $x = -\sqrt{k}, 2\sqrt{k}$

$$\begin{array}{r} x - 2\sqrt{k} \\ x^2 + 2\sqrt{k}x + k \mid x^3 - 3kx - 2k\sqrt{k} \\ \hline x^3 + 2\sqrt{k}x^2 + kx \\ \hline -2\sqrt{k}x^2 - 4kx - 2k\sqrt{k} \\ \hline -2\sqrt{k}x^2 - 4kx - 2k\sqrt{k} \\ \hline 0 \end{array}$$

(i)(ii) かつ $M(k)$ のグラフは下図のようになる。よして $M(k)$ は $k = \frac{1}{4}$ のとき最大値 $\frac{1}{4}$ をとる。

