

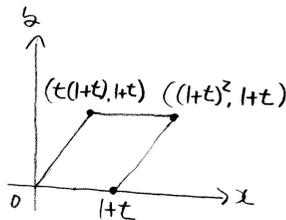
$$\begin{pmatrix} 1+t & t(1+t) \\ 0 & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(1+t) \\ 0 \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1+t & t(1+t) \\ 0 & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+t + \alpha t(1+t) \\ \alpha(1+t) \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1+t & t(1+t) \\ 0 & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(1+t) + t(1+t) \\ 1+t \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t(1+t) \\ 1+t \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1+t & t(1+t) \\ 0 & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha t(1+t) \\ \alpha(1+t) \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}$$

αが 1+t 以下で与えられた図形は右図のようになる。



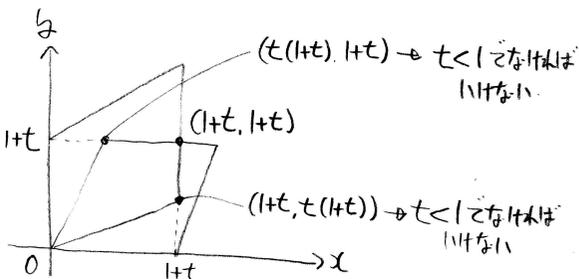
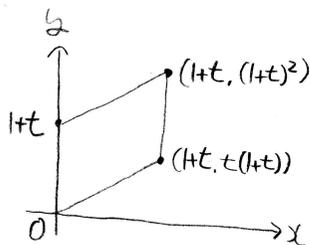
$$\begin{pmatrix} 1+t & 0 \\ t(1+t) & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(1+t) \\ \alpha t(1+t) \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1+t & 0 \\ t(1+t) & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+t \\ t(1+t) + \alpha(1+t) \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+t \\ t(1+t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1+t & 0 \\ t(1+t) & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(1+t) \\ \alpha t(1+t) + 1+t \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1+t \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1+t & 0 \\ t(1+t) & 1+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha(1+t) \end{pmatrix} = \alpha(1+t) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

αが 1+t 以上で与えられた図形は右図のようになる。



左図より、 $0 \leq t < 1$ のとき

$$S(t) = 2 \cdot \frac{1}{2} |t(1+t)(1+t) - (1+t)(1+t)|$$

$$= |(t-1)(1+t)^2| = (1-t)(1+t)^2$$

$$= (1-t)(1+2t+t^2) = 1+2t+t^2-t-t^2-t^3$$

$$= -t^3 - t^2 + t + 1$$

$$S'(t) = -3t^2 - 2t + 1$$

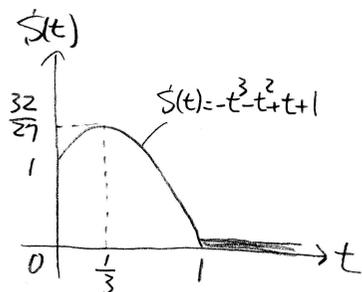
$$S'(t) = 0 \text{ のとき } 3t^2 + 2t - 1 = 0, t = \frac{-2 \pm \sqrt{4+3}}{6} = \frac{-2 \pm 2.5}{6} = -1, \frac{1}{3}$$

$$t \geq 0 \text{ より } t = \frac{1}{3}$$

$S(t)$ の増減表は左表のようになる。

t	0	...	1/3	...	1
S'(t)		+	0	-	
S(t)	1	↗	32/27	↘	0

$$S(1/3) = -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{-1-3+9+27}{27} = \frac{32}{27}$$



$t \geq 1$ のとき $S(t) = 0$

$S(t)$ のグラフは左図のようになる。

$S(t)$ の最大値は $\frac{32}{27}$