東大理科　1987前期　1

$y=2x+1$ 上の点は $(k,\ 2k+1)$ とおける

$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} k \\ 2k+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ak-2bk-b \\ bk+2ak+a \end{pmatrix}$ より これはAで $(ak-2bk-b,\ 2ak+bk+a)$ にうつる

これが $y=-3x-1$ 上にあるから $2ak+bk+a=-3ak+6bk+3b-1$，$(5a-5b)k+a-3b+1=0$

$\begin{cases} a=b \\ a-3b+1=0 \end{cases}$ 　$-2a+1=0$，$a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{2}$

$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2}-1 \\ \frac{1}{2}+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ より Qの座標は $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|\cos\theta$，$-\frac{1}{2}+3=\sqrt{1+4}\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}\cos\theta$，$\frac{5}{2}=\sqrt{5}\frac{\sqrt{2}\sqrt{5}}{2}\cos\theta$，$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$

よって，OPとOQのなす角の大きさは $\frac{\pi}{4}$