東大文科　2010前期　②

与式は

$$x^2+2x+1+ax+a+b=3cx^2\int_0^1(2t+a)dt+4cx\int_0^1(2t^2+at)dt$$

$$x^2+(a+2)x+a+b+1=3cx^2\left[\cancel{2}\frac{t^2}{\cancel{2}}+at\right]_0^1+4cx\left[2\frac{t^3}{3}+a\frac{t^2}{2}\right]_0^1$$

$$=3cx^2(1+a)+4cx\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}a\right)$$

$$=(3ac+3c)x^2+\left(2ac+\frac{8}{3}c\right)x$$

となるから

$$\begin{cases} 3ac+3c-1=0 & \text{—①} \\ 2ac-a+\frac{8}{3}c-2=0 & \text{—②} \\ a+b+1=0 & \text{—③} \end{cases}$$

を満たす a, b, c を求めればよい.

①より $(3a+3)c=1$. $a=-1$ のとき $0=1$ となるから $a\neq-1$. $c=\frac{1}{3a+3}$ —①'

②より $\frac{2a}{3a+3}-a+\frac{8}{9a+9}-2=0$. $6a-9a^2-9a+8-18a-18=0$. $9a^2+21a+10=0$

$$a=\frac{-21\pm\sqrt{441-360}}{18}=\frac{-21\pm9}{18}=-\frac{30}{18},-\frac{12}{18}=-\frac{5}{3},-\frac{2}{3}$$

$a=-\frac{5}{3}$ のとき ①'より $c=\frac{1}{-5+3}=-\frac{1}{2}$　③より $b=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$

$a=-\frac{2}{3}$ のとき ①'より $c=\frac{1}{-2+3}=1$.　③より $b=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$

以上より $(a,b,c)=\left(-\frac{5}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{2}\right),\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},1\right)$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$$