

5 0 または正の整数の値をとる変数 X, Y がある. X が整数 n ($n \geq 0$) の値をとる確率と, Y が整数 n ($n \geq 0$) の値をとる確率は, ともに p_n であるとする. (ここで, $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$ である.)

いま, 任意の整数 m, n ($m \geq 0, n \geq 0$) に対して, $X = m$ なる事象と $Y = n$ なる事象は独立であり, また, $X + Y = n$ となる確率は $(n + 1)p_{n+1}$ に等しいという. このとき, p_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) と $\sum_{n=0}^{\infty} np_n$ の値を求めよ.