

4 半径  $r$  の円  $O$  のまわりに一辺の長さ  $a$  の正三角形  $ABC$  を円  $O$  と同一平面内で次の二条件を満たしながら可能な限り移動させる．

- (i)  $\triangle ABC$  は円  $O$  の内部と共有点を持たず，円  $O$  の周とただ一点を共有する．
- (ii) ベクトル  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  はそれぞれ一定に保たれる．

このとき， $\triangle ABC$  の通過し得る範囲を図示して，その面積  $S$  を求めよ．さらに， $\triangle ABC$  の面積を  $T$  とするとき， $r \rightarrow 0$  としたときの極限值  $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{S}{T}$  を求めよ．