3 $p_1 = 1$，$p_2 = 1$，$p_{n+2} = p_n + p_{n+1}$ $(n \geqq 1)$ によって定義される数列 $\{p_n\}$ をフィボナッチ数列といい，その一般項は

$$p_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$$

で与えられる．必要ならばこの事実を用いて，次の問いに答えよ．

各桁の数字が 0 か 1 であるような自然数の列 X_n $(n = 1, 2, \cdots\cdots)$ を次の規則により定める．

(i) $X_1 = 1$

(ii) X_n のある桁の数字 α が 0 ならば α を 1 で置き換え，α が 1 ならば α を'10' で置き換える．X_n の各桁ごとにこのような置き換えを行って得られる自然数を X_{n+1} とする．

たとえば，$X_1 = 1$，$X_2 = 10$，$X_3 = 101$，$X_4 = 10110$，$X_5 = 10110101$，$\cdots\cdots$ となる．

(1) X_n の桁数 a_n を求めよ．

(2) X_n の中に'01' という数字の配列が現れる回数 b_n を求めよ

(たとえば，$b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 = 1, b_4 = 1, b_5 = 3, \cdots\cdots$).