

1 定数 a に対して, 曲線 $y = \sqrt{x^2 - 1} + \frac{a}{x}$ の $x \geq 1$ の部分を $C(a)$ とおく.

(1) $C(a)$ が直線 $y = x$ の下部 $y < x$ に含まれるような実数 a の最大値 a_0 を求めよ.

(2) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき, $C(a_0)$ と 3 直線 $y = x$, $x = 1$, $x = \frac{1}{\cos \theta}$ によって囲まれる
図形を x 軸のまわりに回転させてできる立体 V の体積 $V(\theta)$ を求めよ.

(3) $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} V(\theta)$ を求めよ.