

4  $n$  を 2 以上の自然数とし  $f(x) = x^n + px + q$  ( $p, q$  は実数) の形の  $n$  次関数について積分  $I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)^2 dx$  を考える.  $I$  を最小にするような  $(p, q)$  が唯一組存在することを示し, そのような  $(p, q)$  と  $I$  の最小値を求めよ.