

4 $0 < c < 1$ とする . 3 次関数 $f(x) = -4x^3 + 3x^2$ に対し ,

$$f_1(x) = f(x) + \int_0^c f(t)dt, \quad f_2(x) = f(x) + \int_0^c f_1(t)dt$$

とおく . 以下 , 関数 $f_3(x)$, $f_4(x)$, $\dots\dots$ を順次

$$f_n(x) = f(x) + \int_0^c f_{n-1}(t)dt \quad (n = 3, 4, \dots\dots)$$

により定める .

(1) 関数 $f_n(x)$ を求めよ .

(2) $f_n(x)$ について , $0 < x < 1$ のとき , $f_n(x) = 0$ を満たす x がただひとつ存在することを示せ .