4　$0 < c < 1$ とする．$0 \leqq x < 1$ において連続な関数 $f(x)$ に対して

$$f_1(x) = f(x) + \int_0^c f(t)dt, \quad f_2(x) = f(x) + \int_0^c f_1(t)dt$$

とおく．以下，関数 $f_3(x), f_4(x), \cdots\cdots$ を順次

$$f_n(x) = f(x) + \int_0^c f_{n-1}(t)dt \quad (n = 3, 4, \cdots\cdots)$$

により定める．また，

$$g(c) = \int_0^c f(t)dt \text{ とし}, n = 1, 2, 3, \cdots\cdots \text{に対し } g_n(c) = \int_0^c f_n(t)dt$$

とおく．このとき，$0 < x < 1$ を満たす任意の x に対し $xf(x) = g(x) + x \lim_{n \to \infty} g_n(x)$ が成り立ち，さらに $f(0) = 1$ となるような $f(x)$ を定めよ．