

3 r は $0 < r < 1$ を満たす実数とする . xyz 空間に原点 $O(0, 0, 0)$ と 2 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ をとる .

(1) xyz 空間の点 P で条件

$$|\overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PB}| = r|\overrightarrow{PO}|$$

を満たすものが存在するような r の範囲を求めよ .

(2) 点 P が (1) の条件を満たして動くとき , 内積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ の最大値 , 最小値を r の関数と考えてそれぞれ $M(r)$, $m(r)$ で表す . このとき , 左からの極限

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} (1-r)^2 \{M(r) - m(r)\}$$

を求めよ .