

2 n を正の整数とする．連立不等式

$$\begin{cases} x + y + z \leq n \\ -x + y - z \leq n \\ x - y - z \leq n \\ -x - y + z \leq n \end{cases}$$

を満たす xyz 空間の点 $P(x, y, z)$ で, x, y, z がすべて整数であるものの個数を $f(n)$ と

おく．極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^3}$$

を求めよ．