2 座標平面上の原点を $O(0,0)$ とする．また x 座標および y 座標がともに整数であるような点を格子点という．

(1) t を正の実数とする．点 $P(-1,0)$ を通り，傾きが t の直線と単位円 $x^2+y^2=1$ との P 以外の交点を $Q(t)$ とする．$Q(t)$ の座標を求めよ．つぎに，$0<s<t$ を満たす 2 つの実数 s，t に対し，線分 $Q(s)Q(t)$ の長さを求めよ．

(2) $\angle Q(s)PO=\alpha$，$\angle Q(t)PO=\beta$ とし

$$u=\tan\frac{\alpha}{2},\quad v=\tan\frac{\beta}{2}$$

とおく．もし u，v がともに有理数ならば，線分 $Q(s)Q(t)$ の長さもまた有理数となることを示せ．

(3) 任意に与えられた 3 以上の整数 n に対し，つぎの条件 (C1)，(C2)，(C3) をすべて満たす n 個の異なる点 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ が，座標平面上に存在することを証明せよ．

(C1) $A_1,A_2,\cdots,A_n$ はすべて格子点である．

(C2) $A_1,A_2,\cdots,A_n$ のどの異なる 3 点も一直線上にない．

(C3) $A_1,A_2,\cdots,A_n$ のどの異なる 2 点 A_i，A_j に対しても，線分 A_iA_j の長さは整数である．