

3  $a > 0$  とする . 正の整数  $n$  に対して , 区間  $0 \leq x \leq a$  を  $n$  等分する点の集合

$$\left\{ 0, \frac{a}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}a, a \right\}$$

の上で定義された関数  $f_n(x)$  があり , 次の方程式を満たす .

$$\begin{cases} f_n(0) = c, \\ \frac{f_n((k+1)h) - f_n(kh)}{h} = \{1 - f_n(kh)\}f_n((k+1)h) \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \end{cases}$$

ただし ,  $h = \frac{a}{n}$  ,  $c > 0$  である . このとき , 以下の問いに答えよ .

- (1)  $p_k = \frac{1}{f_n(kh)}$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ ) において  $p_k$  を求めよ .
- (2)  $g(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(a)$  とおく .  $g(a)$  を求めよ .
- (3)  $c = 2, 1, \frac{1}{4}$  それぞれの場合について ,  $y = g(x)$  の  $x > 0$  でのグラフをかけ .