

## 2

(1) 図1のように、等間隔  $h$  で格子状に互いに直交する2組の無数の平行線が引いてある平面が与えられている。その上に半径1の円  $C$  を無作為に落とすとき、この円がちょうど2本の線と交わる確率  $p$  を求めよ。

(2) 図2のように、半径  $\sqrt{2} + 1$  の円が重複なく、かつ隣り合う円と接して無数に敷き詰められた平面がある。この上に半径1の円  $C$  を無作為に落とすとき、その円  $C$  が平面上のちょうど3つの円と交わる確率  $q$  を求めよ。

ただし、解答にあたり次のことを用いてよい。

平面上に共に原点  $O$  を始点とする一次独立な2つのベクトル  $a, b$  を考え、点  $O$  と  $a, b, a + b$  の3つのベクトルの終点の4点を頂点とする平行四辺形を  $E$  とする。  $E$  の領域  $F$  に対して、  $F$  を  $a$  と  $b$  の整数係数の一次結合  $ma + nb$  によって平行移動したものの全体の和集合を  $D$  とする。即ち記号で書くと

$$D = \{x + ma + nb \mid x \in F, m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z}\}$$

とおく。ここで  $\mathbf{Z}$  は整数全体を表す。

このとき平面に1点  $P$  を無作為に落とすとき、その点が  $D$  内に落ちる確率は、  $F$  の面積の平行四辺形  $E$  の面積に対する比になっている。

