

3  $xyz$  空間において、平面  $z = 0$  上の原点を中心とする半径 2 の円を底面とし、点  $(0, 0, 1)$  を頂点とする円錐を  $A$  とする。

次に、平面  $z = 0$  上の点  $(1, 0, 0)$  を中心とする半径 1 の円を  $H$ 、平面  $z = 1$  上の点  $(1, 0, 1)$  を中心とする半径 1 の円を  $K$  とする。 $H$  と  $K$  を 2 つの底面とする円柱を  $B$  とする。

円錐  $A$  と円柱  $B$  の共通部分を  $C$  とする。

$0 \leq t \leq 1$  を満たす実数  $t$  に対し、平面  $z = t$  による  $C$  の切り口の面積を  $S(t)$  とおく。

(1)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  とする。 $t = 1 - \cos \theta$  のとき、 $S(t)$  を  $\theta$  で表せ。

(2)  $C$  の体積  $\int_0^1 S(t) dt$  を求めよ。