

1

- (1) $x \geq 0$ のとき, 次の不等式を示せ.

$$x - \frac{x^3}{3!} \leq \sin x \leq x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

- (2) 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) と x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を考える. この立体を x 軸に垂直な $2n - 1$ 個の平面によって体積が等しい $2n$ 個の部分に分割する. ただし n は 2 以上の自然数である.

- (a) これら $2n - 1$ 個の平面と x 軸との交点の x 座標のうち, $\frac{\pi}{2}$ より小さくかつ $\frac{\pi}{2}$ に最も近いものを a_n とする. このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{\pi}{2} - a_n \right)$ を求めよ.

- (b) $2n - 1$ 個の平面と x 軸との交点の x 座標のうち最も小さいものを b_n とする. 数列 $\{n^p b_n\}$ が $n \rightarrow \infty$ のとき 0 でない有限な値に収束するような実数 p の値を求めよ. また, p をそのようにとったとき $\lim_{n \rightarrow \infty} n^p b_n$ を求めよ.