

2  $r$  は  $0 < r < 1$  をみたす実数,  $n$  は 2 以上の整数とする. 平面上に与えられた 1 つの円を, 次の条件①, ②をみたす 2 つの円で置き換える操作 (P) を考える.

- ① 新しい 2 つの円の半径の比は  $r : 1 - r$  で, 半径の和はもとの円の半径に等しい.
- ② 新しい 2 つの円は互いに外接し, もとの円に内接する.

以下のようにして, 平面上に  $2^n$  個の円を作る.

- ・ 最初に, 平面上に半径 1 の円を描く.
  - ・ 次に, この円に対して操作 (P) を行い, 2 つの円を得る (これを 1 回目の操作という).
  - ・  $k$  回目の操作で得られた  $2^k$  個の円のそれぞれについて, 操作 (P) を行い,  $2^{k+1}$  個の円を得る ( $1 \leq k \leq n - 1$ ).
- (1)  $n$  回目の操作で得られる  $2^n$  個の円の周の長さの和を求めよ.
  - (2) 2 回目の操作で得られる 4 つの円の面積の和を求めよ.
  - (3)  $n$  回目の操作で得られる  $2^n$  個の円の面積の和を求めよ.

