

1 自然数  $m \geq 2$  に対し,  $m - 1$  個の二項係数

$${}_m C_1, {}_m C_2, \dots, {}_m C_{m-1}$$

を考え, これらすべての最大公約数を  $d_m$  とする. すなわち  $d_m$  はこれらすべてを割り切る最大の自然数である.

- (1)  $m$  が素数ならば,  $d_m = m$  であることを示せ.
- (2) すべての自然数  $k$  に対し,  $k^m - k$  が  $d_m$  で割り切れることを,  $k$  に関する数学的帰納法によって示せ.
- (3)  $m$  が偶数のとき  $d_m$  は 1 または 2 であることを示せ.