

4 a を正の実数とし, 空間内の 2 つの円板

$$D_1 = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq 1, z = a\},$$

$$D_2 = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq 1, z = -a\}$$

を考える. D_1 を y 軸の回りに 180° 回転して D_2 に重ねる. ただし回転は z 軸の正の部分を x 軸の正の方向に傾ける向きとする. この回転の間に D_1 が通る部分を E とする. E の体積を $V(a)$ とし, E と $\{(x, y, z) | x \geq 0\}$ との共通部分の体積を $W(a)$ とする.

(1) $W(a)$ を求めよ.

(2) $\lim_{a \rightarrow \infty} V(a)$ を求めよ.