

2 a を自然数 (すなわち 1 以上の整数) の定数とする。

白球と赤球があわせて 1 個以上入っている袋 U に対して, 次の操作 ($*$) を考える。

($*$) 袋 U から球を 1 個取り出し,

- (i) 取り出した球が白球のときは, 袋 U の中身が白球 a 個, 赤球 1 個となるようにする。
- (ii) 取り出した球が赤球のときは, その球を袋 U へ戻すことなく, 袋 U の中身はそのままにする。

はじめに袋 U の中に, 白球が $a + 2$ 個, 赤球が 1 個入っているとす。この袋 U に対して操作 ($*$) を繰り返し行う。

たとえば, 1 回目の操作で白球が出たとすると, 袋 U の中身は白球 a 個, 赤球 1 個となり, さらに 2 回目の操作で赤球が出たとすると, 袋 U の中身は白球 a 個のみとなる。

n 回目に取り出した球が赤球である確率を p_n とす。ただし, 袋 U の中の個々の球の取り出される確率は等しいものとする。

- (1) p_1, p_2 を求めよ。
- (2) $n \geq 3$ に対して p_n を求めよ。
- (3) $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m p_n$ を求めよ。