

3 放物線 $y = x^2$ のうち $-1 \leq x \leq 1$ をみたす部分を C とする。座標平面上の原点 O と点 $A(1, 0)$ を考える。 $k > 0$ を実数とする。点 P が C 上を動き、点 Q が線分 OA 上を動くとき、

$$\overrightarrow{OR} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OP} + k\overrightarrow{OQ}$$

をみたす点 R が動く領域の面積を $S(k)$ とする。

$S(k)$ および $\lim_{k \rightarrow +0} S(k)$, $\lim_{k \rightarrow \infty} S(k)$ を求めよ。