

2 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n^2 + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) 正の整数 n が 3 の倍数のとき, a_n は 5 の倍数となることを示せ。
- (2) k, n を正の整数とする。 a_n が a_k の倍数となるための必要十分条件を k, n を用いて表せ。
- (3) a_{2022} と $(a_{8091})^2$ の最大公約数を求めよ。